

# فشانگ ورس در مثلث قائم الزاویه

فاطمه درویشی

دوستان عزیزم، همان طور که می دانید «مثلث قائم الزاویه مثلثی است که یک زاویه آن  $90^\circ$  درجه است». در این مقاله قصد داریم بیشتر با این مثلث و روابط آن آشنا شویم. در نهایت هم رابطه‌ای زیبا در این نوع مثلث را با استفاده از «نرم افزار جئوجبرا» با هم شبیه سازی خواهیم کرد.



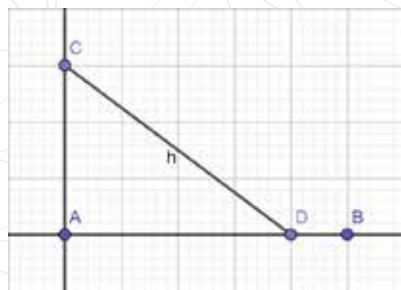
شکل ۲

● با انتخاب گزینه **Perpendicular Line** (خط عمود) و انتخاب نقطه A و سپس خط رسم شده از این نقطه، خطی بر خط قبلی عمود کنید (شکل ۳).



شکل ۳

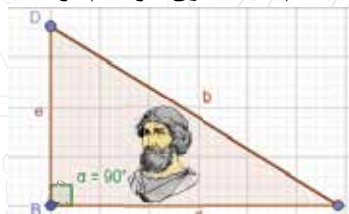
● با انتخاب گزینه **Point on Object** (نقطه روی شیء) و انتخاب خطهای رسم شده، روی هر خط یک نقطه دلخواه رسم کنید. سپس توسط گزینه **Segment** (پاره خط)، دو نقطه رسم شده را توسط یک پاره خط به هم وصل کنید (شکل ۴).



شکل ۴

● تا این مرحله شما تقریباً یک مثلث قائم الزاویه ایجاد کرده‌اید. اما می دانید که این شکل توسط چند پاره خط شبیه مثلث ایجاد شده است و هنوز یک چندضلعی محسوب نمی شود. بنابراین با انتخاب گزینه **Polygon** (چندضلعی) و انتخاب سه رأس مثلث ایجاد شده، یک چندضلعی در نقطه‌های ایجاد شده رسم کنید. دقت کنید، با انتخاب این گزینه، همیشه باید نقطه ابتدایی را در انتها انتخاب کنید تا چندضلعی بسته شود.

● با انتخاب گزینه **Angle** (زاویه) و انتخاب سه رأس A, D, C و به ترتیب زاویه  $90^\circ$  درجه رأس A را نمایش دهید. سپس خطها و نقطه‌های اضافی را با کلیک راست و انتخاب گزینه **Show Object** (نمایش شیء) مخفی کنید تا شکل به صورت شکل ۵ درآید. اکنون با استفاده از **Move** و جابه جا کردن رأس‌ها می توانید یک مثلث قائم الزاویه پویا را مشاهده کنید.



شکل ۱

ابتدا به منظور یادآوری، تعریف‌های زیر را بیان می کنیم:

- در مثلث قائم الزاویه، ضلع مقابل زاویه  $90^\circ$  درجه، «وتر» نامیده می شود و بزرگ ترین ضلع این نوع مثلث است (ضلع DE یا b).
- به دو ضلع کنار زاویه  $90^\circ$  درجه ساق می گویند (ضلع‌های BD یا e و BE یا d).

می دانید که در مثلث قائم الزاویه، مجموع مربع‌های طول دو ساق برابر با مربع طول وتر است که این رابطه در مثلث شکل ۱ به صورت ریاضی این گونه است:  $b^2 = e^2 + d^2$

این قضیه مهم و پرکاربرد را در ریاضیات «رابطه فیثاغورس» می نامند. ما قصد داریم در مقاله حاضر قضیه فیثاغورس را گسترده تر بیان کنیم و آن را به صورت کاربرد پویا در نرم افزار جئوجبرا نمایش دهیم.

اگر روی ضلع‌های یک مثلث قائم الزاویه مستطیل، مربع و یا نیم دایره تشکیل دهیم، مساحت شکلی که روی وتر ساخته می شود، برابر مجموع مساحت‌هایی است که روی دو ضلع دیگر (ساق‌ها) تشکیل شده‌اند.

● ابتدا از طریق آدرس <https://www.geogebra.org> وارد محیط جئوجبرا شوید و سپس با کلیک روی در گوشه بالا سمت راست صفحه، و انتخاب گزینه **GeoGebra Classic** به محیط جئوجبرا بروید. در این محیط به کمک ابزارها و خط فرمان، امکانات کار در محیط جئوجبرا به راحتی فراهم شده است.

● با کلیک راست روی پنجره ترسیم و انتخاب گزینه **Axes**  تریبی دهید که محورها مخفی شوند.

● با انتخاب گزینه **A Point** (نقطه) در صفحه ترسیم، دو نقطه دلخواه رسم کنید. ترجیح دارد این نقطه‌ها را در محل تقاطع شطرنجی صفحه رسم کنید تا شکل زیباتری داشته باشید.

● با انتخاب گزینه **Line** (خط) و انتخاب دو نقطه‌ای که در صفحه دارید، خطی بکشید که از این دو نقطه بگذرد (شکل ۲).

$$b = \text{Area}(e)$$

→ 9.82

$$i = \text{Area}(p)$$

→ 3.53

$$j = \text{Area}(k)$$

→ 6.28

● اگر به پنجره سمت راست جئوجبرا که پنجره فرمانها نامیده می شود، نگاه کنید، خواهید دید که اندازه مساحتها به ترتیب در چند متغیر قرار گرفته است که در شکل من این متغیرها عبارتند از:  $i$ ،  $b$ ، و  $j$  (شکل ۹). بنابراین شما برای اینکه رابطه ابتدای مقاله را نشان دهید، می توانید از این سه متغیر استفاده کنید.

شکل ۹

● همان طور که در مرحله قبل گفتیم، می خواهیم از متغیرهای  $i$  و  $j$  استفاده کنیم تا نشان دهیم، مجموع این دو متغیر برابر با متغیر  $b$  خواهد شد که مساحت نیم دایره روی وتر است. به این منظور در خط فرمان دستور  $sum=i+j$  را مانند شکل ۱۰ اجرا کنید (پس از تایپ این دستور، کلید Enter را بزنید تا اجرا شود).

sum = i + j

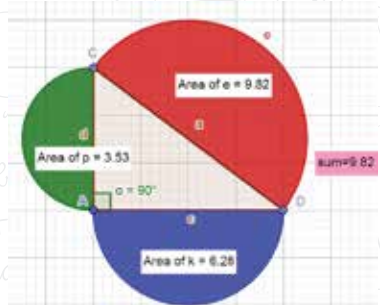
شکل ۱۰

● حال دستور (متن) را انتخاب کنید و در یک قسمت سفید از صفحه کلیک کنید. در قسمت بالا، با استفاده از صفحه کلید، کلمه  $sum=$  را تایپ و در قسمت پایین پس از انتخاب گزینه Advance و کلیک روی آیکن ، فهرست متغیرهای محیطی خود را باز و متغیر  $sum$  را انتخاب کنید تا مقدار آن در محل متن درج شود. (شکل ۱۱) سپس با کلیک روی گزینه  $ok$ ، پنجره متن را ببندید.



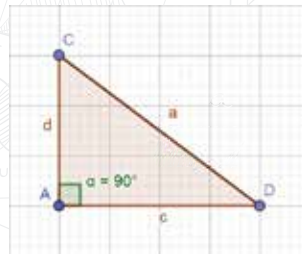
شکل ۱۱

● در شکل نهایی (شکل ۱۲) مشاهده می کنید که مقدار متغیر  $sum$  برابر با مساحت نیم دایره روی وتر است. با تغییر رأس های مثلث مشاهده می کنید که این رابطه همواره برقرار است.



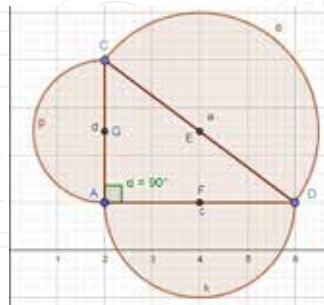
شکل ۱۲

تمرین: حال شما دوستان عزیز، به منظور تمرین، همین رابطه را با مربع و مستطیل نمایش دهید.




شکل ۵

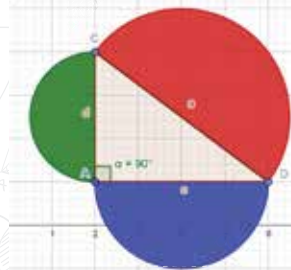
● در این مرحله سعی داریم که نیم دایره ای روی هر ضلع مثلث رسم کنیم. بنابراین با انتخاب گزینه Midpoint or Center (نقطه وسط یا مرکز) و کلیک روی سه ضلع مثلث، نقطه های وسط ضلع های مثلث را پیدا کنید (نقطه های E، F، و G). سپس با انتخاب گزینه Circular Sector (کمان) و انتخاب به ترتیب نقطه



میانسی یک ضلع و دو نقطه رأس، نیم دایره ای روی سه ضلع مثلث بکشید (شکل ۶). دقت کنید برای رسم شکل درست باید نقطه ها را در خلاف جهت عقربه های ساعت انتخاب کنید).

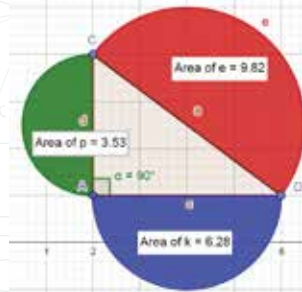
شکل ۶

● با انتخاب  در گوشه بالا و سمت راست، گزینه هایی برای تغییر ویژگی های شکل باز خواهند شد که می توانید با کلیک روی نیم دایره های رسم شده، از این گزینه ها برای تغییر رنگ کمان ها و میزان تیرگی آن ها استفاده کنید.  و همین طور، با مخفی کردن اشیاء و عناوین اضافه، شکل را به صورت شکل ۷ در آورید.



شکل ۷

● با انتخاب گزینه Area (مساحت) و سپس انتخاب سه نیم دایره می توانید مساحت این شکل ها را مشخص کنید (شکل ۸).



شکل ۸